1) $f'(x) = \ln\left(\frac{1}{5}\right).\left(\frac{1}{5}\right)^x < 0$

Car $\frac{1}{5} < 1 \Rightarrow \ln\frac{1}{5} < 0$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{5}\right)^x = \lim\limits_{x\to+\infty} e^{x\ln\frac{1}{5}}$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} e^{-x\ln 5}$

$= \lim\limits_{X\to-\infty} e^X, (X = -x\ln 5)$

$= 0$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} e^{-x\ln 5}$

$= \lim\limits_{X\to+\infty} e^X = +\infty$

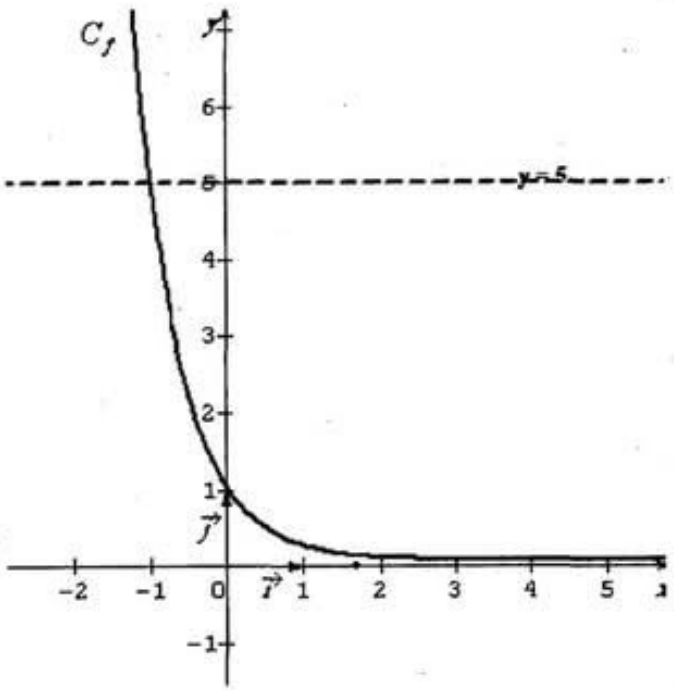
T.V :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	—	
$f(x)$	$+\infty$ ↘	0

*/ $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty}\frac{e^{-x\ln 5}}{x}$

$= \lim\limits_{X\to+\infty} -\ln 5\,\frac{e^X}{X} = -\infty \quad (X = -x\ln 5)$

$\Rightarrow C_f$ Admet une B.I.P de direction $(o,\vec{j})$ au voisinage de $-\infty$ et $y=0$ est une asymptote a C_f au voisinage de $+\infty$



2) graphiquement :

les solutions de l'inéquation $(\frac{1}{5})^x \le 5$

Sont les abscisses des points de C_f

Situées au dessous de la droite $\Delta : y = 6$.

Donc $S = [-1, +\infty[$.

Par calcul :

$\left(\frac{1}{5}\right)^x \le 5 \Leftrightarrow \ln\left(\frac{1}{5}\right)^x \le \ln 5 \Leftrightarrow x\ln\left(\frac{1}{5}\right) \le \ln 5$

$\Leftrightarrow -x\ln 5 \le \ln 5 \Leftrightarrow x \ge \frac{\ln 5}{-\ln 5} = -1$

Donc $S = [-1, +\infty[$.

Exercice 21

NB : les valeurs données dans la troisième question sont des valeurs approchées par défaut

$f(x) = e^{-x}.\sin(2x)$

1) $\forall x \in \mathbb{R}$ on a : $-1 \le \sin 2x \le 1$ et $e^{-x} > 0$